

Quadratische Ungleichungen

Beispiele:

1 $x^2 - 6x + 5 \leq 0$

2 $x^2 - 4x > 0$

3 $2x^2 + 8x - 3 \geq -6$

4 $x^2 - 6x + 5 \geq -3$

5 $\frac{1}{2}x^2 - x < 2,5$

6 $-3x^2 + 5x - 4 \leq 2$

7 $-0,5x^2 + 0,5x + 1 > 0,75x + 2,5$

Lösungen:

1 $x^2 - 6x + 5 \leq 0$

Nullstellen bestimmen:

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$(x-1)(x-5) = 0 \Rightarrow x_1 = 1 \quad x_2 = 5$$

Skizze:

$$IL = [1; 5]$$

2 $x^2 - 4x > 0$

Nullstellen bestimmen:

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \quad x_2 = 4$$

Skizze:

$$IL =]-\infty; 0[\cup]4; \infty[$$

3 $2x^2 + 8x - 3 \geq -6 \Rightarrow 2x^2 + 8x + 3 \geq 0$

Nullstellen bestimmen:

$$2x^2 + 8x + 3 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4 \cdot 2 \cdot 3}}{4} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 24}}{4} = \frac{-8 \pm \sqrt{40}}{4}$$

$$\Rightarrow x_1 = -2 + \frac{1}{2}\sqrt{10} \quad x_2 = -2 - \frac{1}{2}\sqrt{10}$$

Skizze:

$$IL =]-\infty; -2 - \frac{1}{2}\sqrt{10}] \cup [-2 + \frac{1}{2}\sqrt{10}; \infty[$$

$$4 \quad x^2 - 6x + 5 \geq -3 \Rightarrow x^2 - 6x + 8 \geq 0$$

Nullstellen bestimmen:

$$x^2 - 6x + 8 = 0$$

$$(x-2)(x-4) = 0 \Rightarrow x_1 = 2 \quad x_2 = 4$$

Skizze:

$$IL =]-\infty; 2] \cup [4; \infty[$$

$$5 \quad \frac{1}{2}x^2 - x < 2,5 \Rightarrow \frac{1}{2}x^2 - x - 2,5 < 0$$

Nullstellen bestimmen:

$$\frac{1}{2}x^2 - x - 2,5 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot (-2,5)}}{1} = \frac{1 \pm \sqrt{6}}{1}$$

$$\Rightarrow x_1 = 1 + \sqrt{6} \quad x_2 = 1 - \sqrt{6}$$

Skizze:

$$IL =]1 - \sqrt{6}; 1 + \sqrt{6}[$$

$$6 \quad -3x^2 + 5x - 4 \leq 2 \Rightarrow -3x^2 + 5x - 6 \leq 0$$

Nullstellen bestimmen:

$$-3x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot (-3) \cdot (-6)}}{-6} = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 47}}{-6}$$

\Rightarrow keine Lösung

Skizze:

$$IL = \mathbb{R}$$

$$7 \quad -0,5x^2 + 0,5x + 1 > 0,25x - 0,5 \Rightarrow -0,5x^2 + 0,25x + 1,5 > 0$$

Nullstellen bestimmen:

$$-0,5x^2 + 0,25x + 1,5 = 0$$

$$x_{1/2} = \frac{-0,25 \pm \sqrt{0,0625 - 4 \cdot (-0,5) \cdot 1,5}}{-1} = \frac{-0,25 \pm \sqrt{3,0625}}{-1} = \frac{-0,25 \pm 1,75}{-1}$$

$$\Rightarrow x_1 = 2 \quad x_2 = -1,5$$

Skizze:

$$IL =]-1,5; 2[$$